

*Potenziare l'apprendimento matematico con il nuovo dispositivo digitale “MagiCal”: uno studio pilota**

BEATRICE BOVE
Evolutiva_mente Lab
Università di Trieste
beatrice.bove97@gmail.com

ELEONORA DOZ
Dipartimento di Scienze della Vita
Università di Trieste
eleonora.doz@phd.units.it

ALESSANDRO CUDER
Dipartimento di Scienze della Vita
Università di Trieste
alessandro.cuder@phd.units.it

SANDRA PELLIZZONI
Dipartimento di Scienze della Vita
Università di Trieste
spellizzoni@units.it

MARIA CHIARA PASSOLUNGI
Dipartimento di Scienze della Vita
Università di Trieste
passolu@units.it

ABSTRACT

The present pilot study aims to develop and evaluate the effects of a new digital device – the calculator MagiCal – in enhancing children’s math learning. MagiCal is designed to integrate the symbolic and non-symbolic representation of numbers, as well as motor activity. Twenty-nine children from second grade were randomly assigned to a training group with MagiCal or to an active control group (literacy training). Children’s math abilities (math fluency, written computation, and number comparison), math anxiety and test anxiety were measured before and after the training. Compared to the active control group, the children of the MagiCal group demonstrated a significant improvement in math fluency and written computation. However, no

* Title: Enhancing math learning with the new digital device “MagiCal”: a pilot study.

differences were observed in comparing numbers, math anxiety and text anxiety in the two groups.

PAROLE CHIAVE

APPRENDIMENTO MATEMATICO / MATH LEARNING; TRAINING / TRAINING; SCUOLA PRIMARIA / PRIMARY SCHOOL; CALCOLO / COMPUTATION; ANSIA / ANXIETY.

1. INTRODUZIONE

Sviluppare delle buone capacità matematiche rappresenta un aspetto fondamentale per il futuro successo accademico e lavorativo, lo status socioeconomico e il benessere generale dell'individuo¹. Nonostante ciò, nel contesto italiano circa il 20% dei bambini esperisce delle difficoltà nell'area matematica² che si associano spesso a stati d'ansia e comportamenti demotivati³ e che possono, conseguentemente, contribuire all'evitamento, o in taluni casi all'abbandono, di percorsi scolastici che implicano lo studio di tale disciplina⁴. Pertanto, risulta di cruciale importanza promuovere precocemente delle competenze matematiche adeguate, ponendo attenzione anche alle componenti emotivo-motivazionali.

In questo contributo, si presenta uno studio pilota che ha avuto lo scopo di verificare l'efficacia di un nuovo strumento digitale, la calcolatrice *MagiCal*, nel potenziare le abilità matematiche e nel ridurre sensazioni ansiogene nei bambini della seconda classe della Scuola primaria. Tale prototipo è stato sviluppato all'interno del laboratorio di Psicologia dello Sviluppo e dei Processi d'Apprendimento coordinato dalla professoressa Maria Chiara Passolunghi dell'Università di Trieste.

1.1 LO SVILUPPO DELLE ABILITÀ NUMERICHE E DI CALCOLO

L'apprendimento della matematica è un processo complesso e articolato, nell'ambito del quale entrano in gioco diverse componenti. La letteratura scientifica sembra suggerire l'esistenza di abilità numeriche innate, definite anche "senso del numero",

¹ Cfr. SUN et al. 2020.

² Cfr. INVALSI 2016.

³ Cfr. DEVINE et al. 2018.

⁴ Cfr. ASHCRAFT 2002.

che consentono alla specie umana e ad altre specie animali di identificare e raffrontare le numerosità prima di utilizzare il linguaggio e il simbolismo dei numeri⁵. In particolare, il senso del numero rifletterebbe la capacità di discriminare e confrontare grandezze numeriche in modo rapido e intuitivo attraverso le diverse modalità sensoriali, quali la vista, l'udito e il tatto (per esempio, permettendo al bambino di riconoscere che un insieme di tre elementi è una quantità maggiore di un insieme di due elementi, ●●● > ●●), ma anche di effettuare stime e approssimazioni⁶.

Con lo sviluppo del linguaggio e l'istruzione formale, queste rappresentazioni non simboliche e preverbalì della grandezza si integrano con le rappresentazioni linguistiche (cioè le parole numeriche: uno, due, tre ...) – permettendo al bambino prescolare di sviluppare progressivamente l'abilità di *conteggio* – e le *rappresentazioni simboliche* (cioè le cifre indo-arabiche: 1, 2, 3 ...) ⁷. Tale integrazione rappresenta un aspetto centrale nell'apprendimento matematico, poiché sottende lo sviluppo di competenze matematiche di più alto livello, quali l'abilità di *calcolo*⁸.

Un'ulteriore forma di conoscenza numerica è costituita dalle esperienze motorie e gestuali dei bambini. Infatti, quando essi compiono azioni o giochi di movimento, come, ad esempio, indicare, muovere le dita o salire le scale, possono integrare l'esperienza motoria e gestuale alle modalità di rappresentazione numerica linguistica, simbolica o non simbolica, il che costituisce una via aggiuntiva per arricchire le abilità matematiche⁹. Un crescente numero di evidenze empiriche ha dimostrato l'importanza dell'esperienza motoria e della manipolazione del proprio corpo nel supportare il pensiero durante l'apprendimento e lo svolgimento di compiti matematici¹⁰. Infatti, l'uso dei gesti durante l'esecuzione di un compito permetterebbe di:

- ridurre il carico cognitivo della memoria di lavoro (ovvero la capacità

⁵ Cfr. BUTTERWORTH 2005; HALBERDA et al. 2008.

⁶ Cfr. DE SMEDT et al. 2013; SASANGUIE et al. 2013.

⁷ Cfr. CAVIOLA et al. 2016; FEIGENSON et al. 2004.

⁸ Cfr. BUTTERWORTH 2007.

⁹ Cfr. BIANCARDI, ARA 2018.

¹⁰ Cfr. DE KONING et al. 2022; GOLDIN-MEADOW 2009; WAKEFIELD et al. 2019.

dell'individuo di mantenere ed elaborare informazioni in memoria) portando, così, a una maggiore disponibilità delle risorse cognitive rivolte alla risoluzione del compito (fenomeno denominato *cognitive offloading*)¹¹;

- dirigere in maniera funzionale l'attenzione¹²; e
- simulare e concretizzare nello spazio un pensiero matematico astratto¹³.

Pertanto, combinare il movimento e la gestualità consentirebbe ai bambini di perfezionare le loro conoscenze numeriche linguistiche e simboliche, favorendo e facilitando l'apprendimento e la comprensione di procedure o concetti matematici.

1.2 GLI ASPETTI EMOTIVI NELL'APPRENDIMENTO MATEMATICO

Oltre alle componenti cognitive (innate ed apprese) e motorie, l'apprendimento matematico è influenzato anche da aspetti emotivi¹⁴. Tra questi, la letteratura evidenzia il ruolo dell'*ansia da test* e dell'*ansia per la matematica*¹⁵. La prima viene definita come un'emozione ansiogena provata durante le situazioni in cui si viene valutati, come ad esempio durante un compito scritto o un'interrogazione¹⁶; la seconda, invece, implica dei sentimenti di tensione e ansia che interferiscono con la manipolazione dei numeri e la risoluzione di problemi matematici sia nell'ambito accademico sia nella vita quotidiana¹⁷.

Diversi studi hanno dimostrato che già a partire dalla Scuola primaria i bambini che esibiscono elevati livelli di ansia da test e per la matematica presentano prestazioni peggiori in compiti matematici¹⁸. Infatti, le preoccupazioni e i pensieri negativi caratteristici del fenomeno ansiogeno occuperebbero spazio nella memoria di lavoro, non lasciando sufficienti risorse cognitive per risolvere i compiti assegnati. Conseguentemente

¹¹ Cfr. GOLDIN-MEADOW 2009; GOLDIN-MEADOW et al. 2001; O'NEILL, MILLER 2013.

¹² Cfr. WAKEFIELD et al. 2018.

¹³ Cfr. ABRAHAMSON et al. 2020; COOPERRIDER et al. 2016.

¹⁴ Cfr. PUTWAIN et al. 2021.

¹⁵ Cfr. CARGNELUTTI et al. 2017; CAVIOLA et al. 2022; DONOLATO et al. 2020; PASSOLUNGI et al. 2019.

¹⁶ Cfr. ZEIDNER 2007.

¹⁷ Cfr. RICHARDSON, SUINN 1972.

¹⁸ Cfr. CAVIOLA et al. 2022; LUTTENBERGER et al. 2018.

l'individuo presenterebbe un rallentamento nella prestazione matematica e/o un calo dell'accuratezza¹⁹. Dunque, nel promuovere l'apprendimento matematico è cruciale porre attenzione anche alle sopracitate componenti emotive.

1.3 L'USO DELLE TECNOLOGIE DIGITALI PER PROMUOVERE ABILITÀ MATEMATICHE E RIDURRE SENSAZIONI ANSIOGENE

Negli ultimi anni, con lo sviluppo e la diffusione di innovazioni tecnologiche, si sono ideati diversi dispositivi digitali, giochi educativi, videogiochi e applicazioni atti al supporto e/o potenziamento delle abilità matematiche in alunni con o senza difficoltà di apprendimento²⁰. Questi propongono esercizi e attività matematiche in forma ricreativa, basandosi sull'idea che il *gioco* possieda una forte valenza educativa nei processi di apprendimento²¹.

Tra i numerosi strumenti digitali e software proposti in letteratura, le evidenze empiriche hanno dimostrato l'efficacia di quei giochi che allenano l'integrazione di diversi *codici quantitativi* (non simbolici, simbolici, verbali) nell'arricchire le capacità numeriche di bambini in età evolutiva.

Un tale esempio è rappresentato dal software adattivo²² *The Number Race*²³ che è stato originariamente sviluppato per migliorare le abilità numeriche di bambini con *discalculia*²⁴. Il videogioco comprende un allenamento intensivo sul confronto numerico di diverse grandezze, in cui si associano le rappresentazioni quantitative non simboliche, simboliche e verbali. I risultati hanno dimostrato l'efficacia del videogioco nel migliorare l'abilità di confronto numerico e l'accuratezza in calcoli di sottrazione in bambini tra i 7 e i 9 anni²⁵.

¹⁹ Cfr. ASHCRAFT et al. 2007.

²⁰ Cfr. BIANCARDI, ARA 2018; ZUCCHERI 2014.

²¹ Cfr. VANBECELAERE et al. 2020.

²² Il termine 'software adattivo' fa riferimento a una tipologia di software didattici progettati per adattarsi alle esigenze e alle capacità di apprendimento individuali degli studenti. Tali software analizzano le prestazioni degli studenti in modo da fornire delle esperienze di apprendimento personalizzate.

²³ Cfr. WILSON et al. 2006a.

²⁴ La *discalculia* è una condizione clinica compresa nei Disturbi Specifici dell'Apprendimento che si manifesta come una difficoltà nell'elaborazione di informazioni numeriche e nella comprensione di concetti matematici.

²⁵ Cfr. WILSON et al. 2006b.

Successivamente, Räsänen e colleghi²⁶ hanno confrontato l'efficacia dei software *The Number Race* e *Graphogame-Math*²⁷ (che allena l'abbinamento di etichette verbali a rappresentazioni visive non simboliche e simboliche di piccole quantità) in un campione di bambini della Scuola dell'infanzia con scarse abilità numeriche. Rispetto a un gruppo di bambini con prestazioni tipiche, entrambi i gruppi sottoposti al training con i due software hanno mostrato un miglioramento delle abilità di confronto numerico, ma non di altre capacità matematiche (*conteggio verbale, conteggio degli oggetti, aritmetica*).

Il training computerizzato *Rescue Calcularis*, sviluppato da Kucian e colleghi²⁸, è invece volto a potenziare la comprensione della *linea numerica mentale*²⁹. In particolare, ai bambini viene presentata una cifra, un insieme di pallini o un problema di addizione/sottrazione e il loro compito consiste nel posizionare il risultato di ciascun item sulla linea dei numeri utilizzando un joystick. Gli autori hanno riscontrato effetti positivi del training su bambini (età 8-10 anni) con e senza discalculia evolutiva, misurati con test neuropsicologici e risonanza magnetica funzionale (fMRI). Specificatamente, i bambini hanno mostrato un miglioramento delle abilità aritmetiche e della rappresentazione spaziale dei numeri. Inoltre, le analisi fMRI hanno rivelato una riduzione del reclutamento delle regioni cerebrali che supportano l'elaborazione dei numeri dopo il training, il che può essere attribuito a una modulazione dell'attivazione neurale, che facilita l'elaborazione dei compiti numerici.

Un numero molto limitato di studi ha valutato l'utilizzo di software che integrano anche la componente motoria nell'apprendimento matematico. Per esempio, l'applicazione multimodale *TouchCounts*³⁰, adatta a dispositivi *touchscreen*, combina il tocco delle dita (*rappresentazione motoria*), la vista dei numeri (*rappresentazione visiva simbolica*) e

²⁶ Cfr. RÄSÄNEN et al. 2009.

²⁷ Il lavoro sul software *Graphogame-Math* è in corso di svolgimento da parte del gruppo di ricerca costituito da A. Mönkkönen, U. Richardson, P. Räsänen, A. Herrera Montes, J. Kujala, S. Brem.

²⁸ Cfr. KUCIAN et al. 2011.

²⁹ La *linea numerica mentale* può essere identificata come la rappresentazione mentale dei numeri disposti spazialmente in ordine crescente lungo una linea orizzontale con orientamento sinistra-destra.

³⁰ Cfr. SINCLAIR, JACKIW 2011.

l'udito delle parole numeriche (*rappresentazione uditiva verbale*). Il gioco permette di potenziare l'abilità di conteggio e di calcolo, allenando la corrispondenza 'uno-a-uno': l'utente tocca lo schermo del dispositivo evocando una cifra, accompagnata dalla corrispondente etichettata verbale³¹.

Oltre ai potenziali miglioramenti nelle abilità matematiche, alcuni autori hanno ipotizzato l'utilizzo di strumenti educativi digitali nel ridurre emozioni negative nei confronti della matematica³². Infatti, uno degli elementi chiave degli strumenti digitali e software è la loro natura ludica e ricreativa: essi offrono un'opportunità di acquisizione di conoscenze secondo una modalità più disinvolta e meno strutturata³³ e permettono di percepire l'attività educativa come un gioco coinvolgente e divertente³⁴.

La libertà e l'assenza di giudizio e/o pressione che caratterizza il gioco concede al bambino una maggiore autonomia per provare, sperimentare e fallire. In questo senso, il gioco svolgerebbe un'importante funzione nell'accettazione dell'errore e dell'insuccesso, riducendo le sensazioni ansiogene esperite.

Inoltre, proporre un compito matematico sotto forma di attività ludica permette di tenere alta l'attenzione, nonché di accrescere l'interesse e la motivazione verso il compito stesso. Nonostante ciò, le evidenze empiriche a riguardo sono contrastanti. Vanbecelaere e colleghi³⁵ hanno osservato che il training con il gioco computerizzato *Number Sense Game* non ha portato a una riduzione dell'ansia matematica in bambini di 6-7 anni. Verkijika e De Wet³⁶ hanno riscontrato che l'uso del gioco educativo *Math-Mind*, in cui viene richiesto di risolvere in forma ricreativa dei problemi aritmetici di addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione, era in grado di ridurre i livelli di ansia per la matematica in bambini e ragazzi tra i 10 e i 16 anni. Tali risultati discordanti potrebbero dipendere da diversi fattori, quali l'età dei partecipanti, il modo in cui è stata

³¹ Cfr. SINCLAIR, PIMM 2015.

³² Cfr. SUN, PYZDROWSKI 2009.

³³ Cfr. BIANCARDI, ARA 2018.

³⁴ Cfr. BOOT et al. 2008.

³⁵ Cfr. VANBECELAERE et al. 2020.

³⁶ Cfr. VERKIJIKA, DE WET 2015.

misurata l'ansia, le caratteristiche del gioco educativo e/o la durata del training.

1.4 IL PRESENTE STUDIO

Nonostante diversi studi abbiano dimostrato l'efficacia dei training con strumenti tecnologici o software nel migliorare le abilità matematiche di base e ridurre l'ansia disciplinare, è importante sottolineare che la maggior parte di tali interventi include attività in cui si integrano codici numerici simbolici e non simbolici, mentre un numero limitato di studi ha valutato anche l'effetto dell'esperienza motoria. Inoltre, la grande maggioranza dei training e giochi educativi presenti in letteratura necessitano per il loro utilizzo di un dispositivo digitale quale un computer, un tablet o uno smartphone, portando a una difficoltà di implementazione nel contesto scolastico.

Lo scopo del presente lavoro sperimentale è quello di sviluppare un prototipo di un nuovo strumento digitale, la calcolatrice *MagiCal*, e verificarne l'efficacia nel promuovere le abilità matematiche nonché ridurre l'ansia per la matematica e l'ansia da test in bambini della Scuola primaria, confrontando un gruppo di bambini sottoposti ad allenamento con *MagiCal* e un gruppo di controllo attivo impegnato in altre attività educative.

L'aspetto innovativo dello strumento *MagiCal* è costituito dalla costante relazione tra la rappresentazione quantitativa simbolica (cifre), non simbolica (pallini o *dots*) e motoria (movimenti di rotazione della calcolatrice e *tap* ovvero movimenti della mano simili a colpetti sulla calcolatrice). Ciò favorisce, a livello cognitivo, l'integrazione delle diverse rappresentazioni, facilitando il processo di conteggio e di calcolo³⁷.

Inoltre, l'aspetto ludico permette di percepire la matematica come una disciplina più divertente e di accettare l'errore come un elemento intrinseco alla disciplina, riducendo conseguentemente i sentimenti ansiogeni³⁸. È stato sviluppato, dunque, un dispositivo piccolo e maneggevole che non richiede l'uso di computer, tablet o smartphone, rendendolo adatto anche all'uso nel contesto scolastico.

³⁷ Cfr. BUTTERWORTH 2007.

³⁸ Cfr. VANBECELAERE et al. 2020; VERKIJKA, DE WET 2015.

2. METODO

2.1 PARTECIPANTI

Allo studio hanno partecipato 31 bambini frequentanti le classi seconde di quattro diverse scuole primarie in provincia di Trieste. Si è deciso di svolgere lo studio nelle classi seconde poiché si è voluto intervenire precocemente sullo sviluppo delle abilità di calcolo. Due partecipanti sono stati esclusi dalle analisi in quanto non erano presenti a tutte le sessioni. Pertanto, il campione finale era costituito da 29 bambini (15 F e 14 M) con un'età media di 7 anni e 11 mesi. I bambini sono stati divisi in due gruppi: il gruppo sottoposto al training con la calcolatrice *MagiCal* (N=15, 7 F e 8 M) e il gruppo di controllo attivo (N=14, 8 F e 6 M).

2.2 PROCEDURA

2.2.1 PROGETTAZIONE DELLA CALCOLATRICE *MAGICAL*

In primo luogo, è stata progettata e sviluppata la calcolatrice *MagiCal*. Essa si presenta come un cubo, 6 cm x 6 cm circa, con cinque facce di legno e un display centrale a colori (v. Figura 1).



Figura 1. Calcolatrice *MagiCal* (Foto: B. Bove).

La struttura a forma di cubo è stata pensata per facilitare la sua manipolazione da parte degli utenti. La scelta del materiale si basa sul pensiero montessoriano relativo all'importanza degli oggetti in legno in grado di trasmettere un senso di calore al bambino³⁹.

All'interno del cubo, invece, si trova la parte elettronica della calcolatrice: il modulo M5stack Core2 e un accelerometro esterno. Il modulo Core2 contiene il microprocessore ESP32, un display LCD da 230x240 pixel con touch screen capacitivo e una batteria da 390 mAh. L'accelerometro esterno usato è un LSM6DS3, selezionato in quanto supporta il riconoscimento automatico dell'orientamento, dunque della rotazione della calcolatrice, e dei colpetti fatti con la mano sulle facciate laterali al display. Il software è stato sviluppato nel linguaggio di programmazione C++ da Beatrice Bove e Aljaž Srebrnič con il framework ESP-IDF, basato sul sistema operativo real-time FreeRTOS. Per la gestione grafica del display e del touch screen è stata utilizzata la libreria LVGL.

La calcolatrice *MagiCal* permette di svolgere operazioni aritmetiche di addizione e sottrazione con due operandi e con numeri a una e due cifre. Come già accennato, l'elemento centrale che contraddistingue *MagiCal* dagli altri dispositivi digitali e software presenti in letteratura è l'unione della rappresentazione simbolica numerica (cifre, es. 4) con quella non simbolica visiva (pallini o *dots*, es. ●●●) e quella motoria (*tap* e movimenti di rotazione della calcolatrice), così da permettere al bambino di potersi esercitare con esse contemporaneamente.

Per quanto riguarda la rappresentazione non simbolica visiva, la calcolatrice si basa sulla 'linea del 20' di Bortolato⁴⁰, ovvero una linea costituita da 20 tasti raggruppati in gruppi da 5. Si tratta di uno strumento visivo utile a sviluppare l'abilità di calcolo, permettendo di simulare il funzionamento delle mani (ogni tasto corrisponderebbe a un dito e ogni gruppo di tasti corrisponderebbe a una mano). La calcolatrice adopera un adattamento di tale linea del 20 in cui i classici tasti sono stati sostituiti da pallini

³⁹ Cfr. LILLARD 2017.

⁴⁰ Cfr. BORTOLATO 2008, 2011; DOZ 2019.

denominati *dots*. Inoltre, nella sezione del risultato si visualizza non solo l'operazione simbolica, ma anche il risultato non simbolico dinamico che, in base all'operazione selezionata, mostra un aumento o una diminuzione della quantità.

L'utilizzo di *MagiCal* è intuitivo e semplice. Per comporre il numero desiderato è necessario fare dei *tap* lateralmente al display della calcolatrice (v. Figura 2, foto A). In particolare, gli utenti compiendo dei *tap* a sinistra del display compongono le decine del numero, e facendo dei *tap* a destra compongono le unità. Ad esempio, per comporre il numero 23, è necessario fare due *tap* a sinistra del display (che corrispondono al numero di decine) e tre *tap* a destra (che corrispondono al numero di unità).

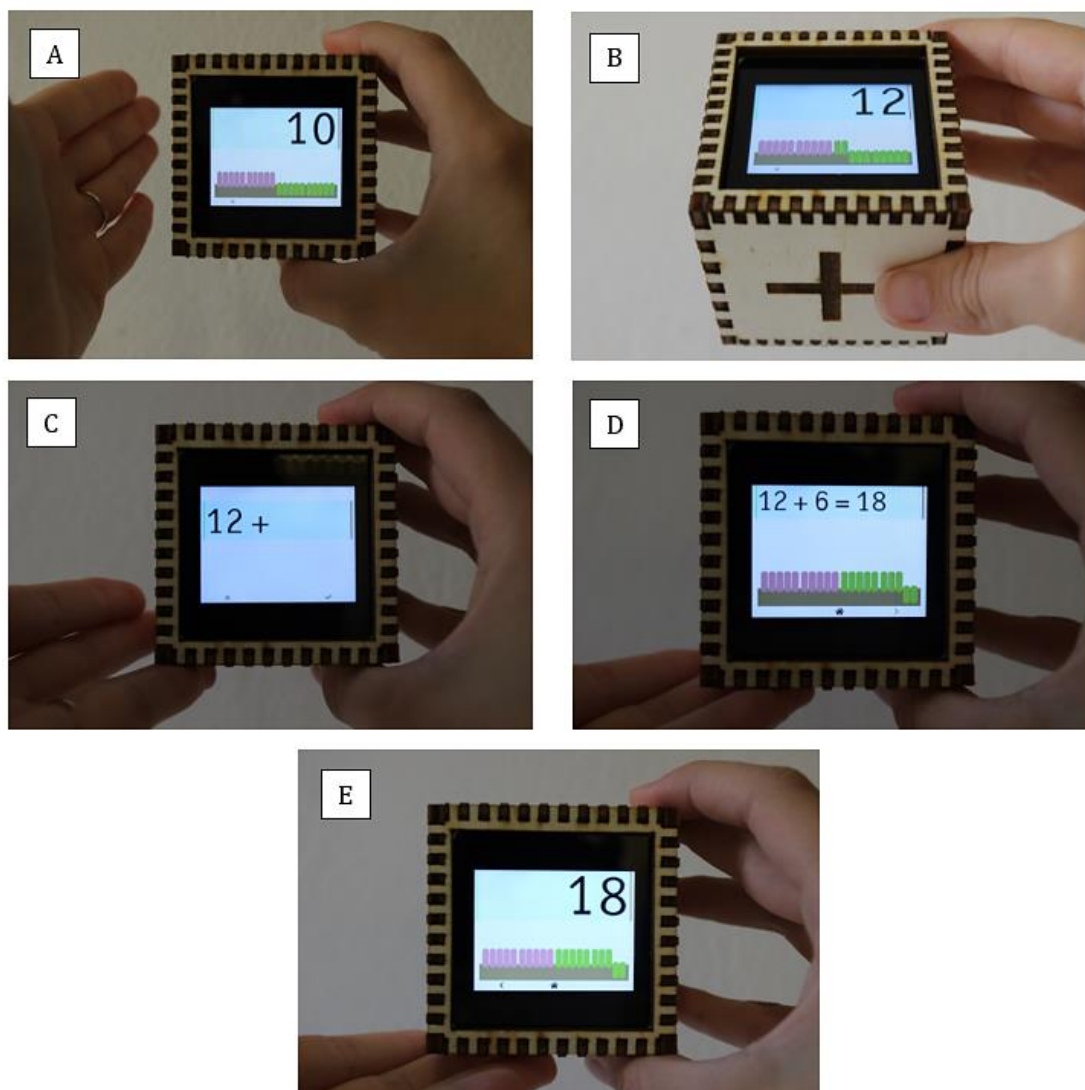


Figura 2. Esempificazione del funzionamento della calcolatrice *MagiCal* (Foto: B. Bove).

Nella parte superiore del display l'utente potrà visualizzare la cifra composta, mentre nella parte inferiore è riportata la rappresentazione visiva non simbolica dello stesso numero tramite i *dots*. In caso di inserimento errato del numero è sufficiente premere la X rossa (in basso a sinistra) per cancellare e ricomporre l'intero numero.

Un movimento di rotazione della calcolatrice in su o in giù permette di selezionare l'operazione voluta (in su per addizione e in giù per sottrazione) (v. Figura 2, Foto B). Successivamente, si compone il secondo numero allo stesso modo del primo (v. Figura 2, foto C). Ruotando la calcolatrice di 180°, fino alla scritta 'Non è magia!' per poi ritornare al display, si potrà visualizzare il risultato dinamico in cui verranno resi disponibili il numero simbolico e i *dots* in movimento (v. Figura 2, foto D). Premendo la freccia verde (in basso a destra) si giunge alla schermata del risultato statico (v. Figura 2, foto E). Schiacciando sulla casetta (in basso al centro) l'utente torna alla schermata iniziale e può continuare componendo una nuova operazione.

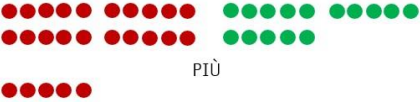
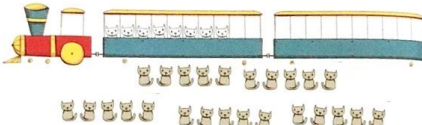
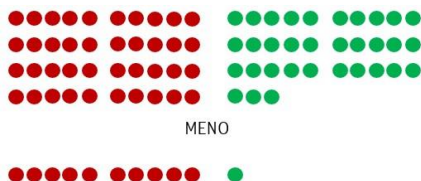



2.2.2 PROCEDURA DELLO STUDIO

Dopo aver sviluppato la calcolatrice *MagiCal*, si sono contattati i Dirigenti scolastici e si sono ottenuti i consensi per la partecipazione firmati dai genitori dei bambini. Lo studio è stato condotto in accordo con gli standard etici della *Dichiarazione di Helsinki* (L. 18.02.1989, n. 56) e i partecipanti erano liberi di ritirarsi dalla ricerca in qualsiasi momento e per qualsiasi motivo.

I partecipanti sono stati suddivisi in due gruppi: *gruppo training* e *gruppo di controllo attivo*. I bambini appartenenti al gruppo training sono stati sottoposti a un intervento di cinque sessioni della durata di 45 minuti, una sessione alla settimana, dedicate all'esercizio con la calcolatrice *MagiCal*. Con gli alunni appartenenti al gruppo di controllo attivo sono state effettuate cinque sessioni da 45 minuti, una alla settimana, dedicate alla lettura e scrittura di fumetti⁴¹. Nelle cinque settimane dedicate al training entrambi i gruppi continuavano con il normale programma scolastico in matematica.

⁴¹ Le attività sono state adattate dallo studio di PASSOLUNGI et al. 2020.

Tabella 1. Alcuni esempi di compiti da svolgere con l'ausilio della calcolatrice *MagiCal* proposti al gruppo training nelle cinque sessioni.

	Esempio di compito
Sessione 1	$31 + 13 = _ _$
Sessione 2	 <p>IL RISULTATO È: _____</p> <p>C'ERANO 33 GATTI SUL TRENO. QUANDO IL TRENO È ARRIVATO IN STAZIONE 25 GATTI SONO SCESI. QUANTI NE RIMANGONO SUL TRENO?</p> 
Sessione 3	$84 - 49 = _ _$
Sessione 4	 <p>IL RISULTATO È: _____</p> <p>NEL PRIMO VAGONE DEL TRENO CI SONO 8 GATTI BIANCHI. QUANDO IL TRENO ARRIVA IN STAZIONE 25 GATTI VOGLIONO SALIRE SU. QUANDO TUTTI I GATTI SARANNO SALITI, QUANTI GATTI CI SARANNO IN TUTTO SUL TRENO?</p> 
Sessione 5	 <p>IL RISULTATO È:</p>  <p> $12 _ _ 21 = 33$ $45 - 15 = _ _$ </p>

Prima dell'inizio del training e dopo aver concluso il training, tutti i bambini hanno compilato una serie di prove di verifica delle abilità matematiche e dell'ansia. Il training e la somministrazione delle prove sono stati svolti a scuola durante l'orario di lezione. Di seguito si descriverà in maniera più dettagliata le attività proposte al gruppo training (cfr. Tabella 1). Durante la prima sessione, ai bambini è stato presentato lo strumento digitale ed è stato illustrato il suo funzionamento. Dopodiché, i bambini hanno svolto individualmente delle addizioni con *MagiCal*. Durante la seconda sessione di training, i partecipanti sono stati divisi in piccoli gruppi e hanno eseguito con l'ausilio della calcolatrice *MagiCal*: (a) sei esercizi di calcolo in cui veniva utilizzata la rappresentazione non simbolica con *dots* e (b) sei problemi aritmetici di tipo verbale (cinque richiedevano un'addizione e uno richiedeva una sottrazione).

Durante la terza sessione, i bambini hanno risolto individualmente alcune sottrazioni con *MagiCal*. Per la quarta sessione, i bambini sono stati nuovamente divisi in piccoli gruppi e hanno eseguito con l'ausilio di *MagiCal*: (a) sei esercizi di calcolo in cui veniva utilizzata la rappresentazione non simbolica con *dots* e (b) sei problemi aritmetici di tipo verbale (cinque richiedevano una sottrazione e uno richiedeva un'addizione). Infine, durante la quinta sessione i bambini hanno svolto individualmente con *MagiCal*: (a) esercizi di identificazione dell'operazione aritmetica sia tramite rappresentazione non simbolica con i *dots* sia con cifre e (b) operazioni aritmetiche con numeri.

2.3 STRUMENTI

Prima e dopo il training, a tutti i bambini è stato richiesto di svolgere una serie di prove che verificano: abilità matematiche (tra le quali giudizio di grandezza, calcolo scritto e fluency del calcolo), ansia per la matematica e ansia da test.

2.3.1 ABILITÀ MATEMATICHE

Per verificare le abilità matematiche dei bambini si è utilizzato un adattamento della

batteria standardizzata AC-MT 3⁴². In particolare, si sono somministrati tre *subtest* cartamattita di tale batteria: *giudizio di grandezza*, *calcolo scritto* e *fluenza del calcolo*.

Il *subtest* del giudizio di grandezza è un compito di confronto numerico in cui i partecipanti dovevano indicare con una crocetta il numero più grande tra le alternative proposte. Il *subtest* comprendeva 12 item da risolvere in un minuto. Il punteggio totale della prova era rappresentato dal totale di item correttamente risolti nel tempo prestabilito, con un minimo di 0 e un massimo di 12.

Nel *subtest* del calcolo scritto, i bambini dovevano risolvere 6 operazioni: tre addizioni e tre sottrazioni. La prova non era a tempo. Per ogni operazione risolta correttamente si è assegnato un punto, mentre per le operazioni sbagliate zero punti. Il punteggio totale della prova poteva variare tra 0 e 6.

Il *subtest* della fluenza del calcolo consisteva in 15 addizioni in colonna da risolvere in un minuto. Il punteggio totale della prova era il totale delle operazioni risolte correttamente nel tempo prestabilito e poteva variare da 0 a 15.

2.3.2 ANSIA PER LA MATEMATICA

L'ansia per la matematica è stata valutata con il questionario *Abbreviated Math Anxiety Scale*⁴³ (AMAS) composto da nove item che descrivono diverse situazioni relative all'apprendimento e valutazione in matematica (ad es. «Seguire con attenzione la lezione di matematica»). I partecipanti dovevano valutare il grado di paura associato a ciascuna situazione utilizzando una scala Likert a 5 punti (1=molto poca; 5=molta).

2.3.3 ANSIA DA TEST

L'ansia da test è stata misurata con il questionario *Children's Test Anxiety Scale*⁴⁴ (CTAS), costituito da 30 item che valutano i pensieri (ad es. «Mentre faccio la verifica mi preoccupo di fare qualcosa di sbagliato»), le reazioni autonome (ad es. «Mentre

⁴² Cfr. CORNOLDI et al. 2020.

⁴³ Cfr. HOPKO et al. 2003; CAVIOLA et al. 2017.

⁴⁴ Cfr. WREN, BENSON 2004.

faccio la verifica ho una strana sensazione allo stomaco») e i comportamenti (ad es. «Mentre faccio la verifica batto i piedi a terra») che i bambini possono esperire durante una verifica. I partecipanti dovevano valutare quanto frequentemente capitava loro ciascuna affermazione utilizzando una scala Likert a 4 punti (1 = quasi mai; 4 = quasi sempre).

3. RISULTATI

L'analisi dei dati è stata condotta utilizzando il programma statistico IBM SPSS *Statistics* 21. L'affidabilità delle misure, le medie e le deviazioni standard delle valutazioni al pre-test⁴⁵ e al post-test⁴⁶ per i due gruppi sono presentati nella Tabella 2.

Tabella 2. L'affidabilità delle misure (α), le medie (M) e le deviazioni standard (DS) delle prove al pre-test e post-test per il gruppo training e gruppo di controllo.

	α	Gruppo training				Gruppo di controllo			
		Pre-test		Post-test		Pre-test		Post-test	
		M	DS	M	DS	M	DS	M	DS
Giudizio di grandezza	0.80	10.80	1.52	11.6	0.73	10.86	2.51	10.93	1.73
Calcolo scritto	0.56	3.53	1.77	4.60	1.50	3.36	1.60	3.14	1.92
Fluenza del calcolo	0.77	4.40	1.96	7.27	2.74	4.29	3.43	4.64	2.90
Ansia matematica	0.90	25.53	4.41	22.4	7.39	22.00	8.25	19.30	6.83
Ansia da test	0.92	69.20	11.24	66.53	11.43	55.29	9.72	58.21	16.88

Al fine di valutare le possibili differenze tra i due gruppi nelle misure al pre-test, sono state condotte delle analisi della varianza (ANOVA)⁴⁷, ponendo il gruppo (gruppo di training e gruppo di controllo) come fattore fisso e i punteggi delle valutazioni al pre-test (giudizio di grandezza, calcolo scritto, fluenza del calcolo, ansia per la matematica e ansia da test) come variabili dipendenti.

⁴⁵ Il pre-test fa riferimento alla fase di valutazione che precede la somministrazione del training.

⁴⁶ Il post-test fa riferimento alla fase di valutazione dopo la somministrazione del training.

⁴⁷ L'analisi della varianza (ANOVA) permette di esaminare se vi siano delle differenze statisticamente significative tra le medie di due o più gruppi prendendo in considerazione il punteggio relativo a una variabile. La significatività viene valutata prendendo in considerazione l'F di Fisher (F, valore del test statistico) e il relativo p-valore (p, se assume un valore inferiore a $p = .05$ indica una differenza statisticamente significativa tra i gruppi).

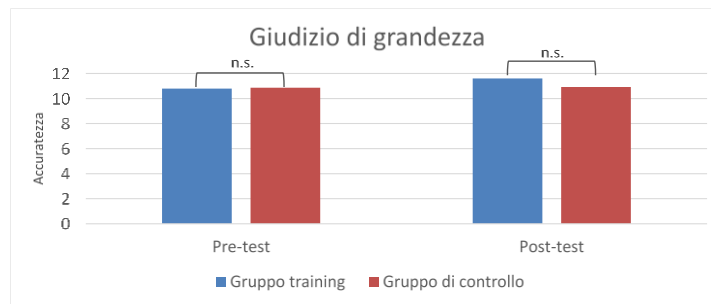


Figura 3. Prestazioni nel compito *Giudizio di grandezza*: confronto tra pre- e post-test per gruppo training e gruppo di controllo. Nota: * $p < 0.05$; ** $p < 0.01$; n.s. indica che la differenza non è significativa.

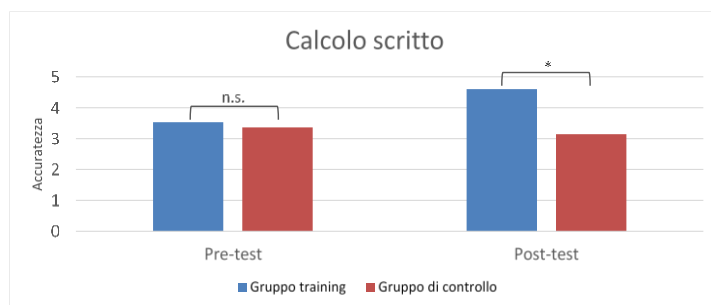


Figura 4. Prestazioni nel compito *Calcolo scritto*: confronto tra pre- e post-test per gruppo training e gruppo di controllo. Nota: * $p < 0.05$; ** $p < 0.01$; n.s. indica che la differenza non è significativa.

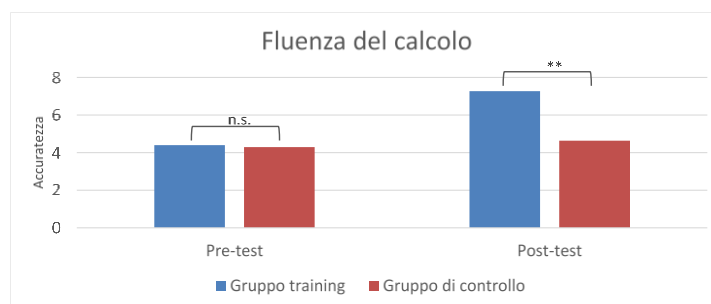


Figura 5. Prestazioni nel compito *Fluenza del calcolo*: confronto tra pre- e post-test per gruppo training e gruppo di controllo. Nota: * $p < 0.05$; ** $p < 0.01$; n.s. indica che la differenza non è significativa.

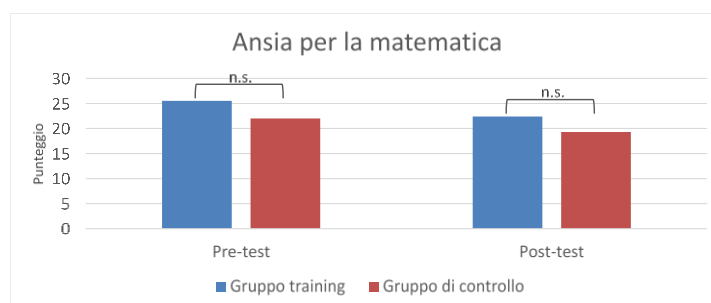


Figura 6. Punteggio al questionario *Ansia per la matematica*: confronto tra pre- e post-test per gruppo training e gruppo di controllo. Nota: * $p < 0.05$; ** $p < 0.01$; n.s. indica che la differenza non è significativa.

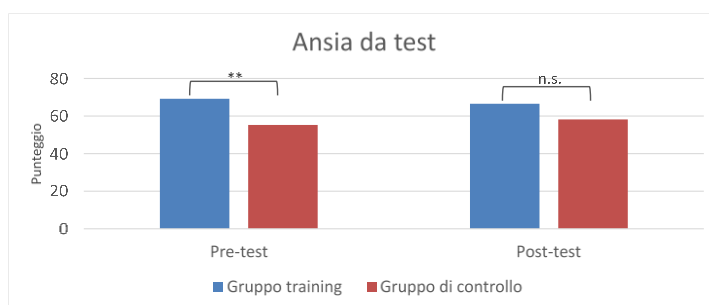


Figura 7. Punteggio al questionario *Ansia da test*: confronto tra pre- e post-test per gruppo training e gruppo di controllo. Nota: * $p < 0.05$; ** $p < 0.01$; n.s. indica che la differenza non è significativa.

I risultati hanno mostrato che i due gruppi non differivano nelle misure di giudizio di grandezza $F(1,27)=.006$, $p=.941$; calcolo scritto $F(1,27)=.079$, $p=.781$; fluenza del calcolo $F(1,27)=.012$, $p=.912$ e ansia per la matematica $F(1,27)=2.112$, $p=.158$. Per quanto riguarda l'ansia da test, il gruppo di training mostrava punteggi più elevati rispetto al gruppo di controllo, $F(1,27)=12.621$, $p=.001$.

Successivamente ai confronti preliminari tra i due gruppi nel pre-test, sono stati calcolati i *gain* (differenza tra i punteggi del pre-test e post-test) relativi alle variabili misurate (giudizio di grandezza, calcolo scritto, fluenza del calcolo, ansia per la matematica e ansia da test). Quindi è stata condotta un'analisi multivariata della varianza (MANOVA)⁴⁸ ponendo il gruppo (gruppo di training e di controllo) come fattore fisso e i *gain* come variabili dipendenti.

I risultati della MANOVA rivelano che vi sono differenze statisticamente significative tra i due gruppi, Lambda di Wilks=.567, $F(5,23)=3.52$, $p=.017$, $\eta_p^2=.433$. Esaminando i test univariati, il gruppo di training rispetto al gruppo di controllo ha mostrato un incremento statisticamente significativo nei punteggi del calcolo scritto $F(1,27)=4.261$, $p=.049$ e della prova di fluenza $F(1,27)=11.302$, $p=.002$. Nessuna differenza statisticamente significativa tra i gruppi è stata osservata nei *gain* relativi al giudizio di grandezza

⁴⁸ L'analisi multivariata della varianza (MANOVA) permette di esaminare se vi siano delle differenze statisticamente significative tra le medie di due o più gruppi prendendo in considerazione due o più variabili dipendenti. La significatività statistica globale delle differenze su tutte le variabili considerate viene valutata con la Lambda di Wilks e l'F di Fisher (valori del test statistico), il p-valore (p , se assume un valore inferiore a $p = .05$ indica una differenza statisticamente significativa tra i gruppi) e l'eta-quadro parziale (η_p^2 , misura la grandezza della differenza tra i gruppi dove $\eta_p^2 = 0.01$ indica una piccola differenza, $\eta_p^2 = 0.06$ indica una differenza moderata e $\eta_p^2 = 0.14$ indica una grande differenza).

$F(1,27)=1.69, p=.204$; all'ansia per la matematica $F(1,27)=.021, p=.887$ e all'ansia da test $F(1,27)=1.248, p=.274$.

4. DISCUSSIONE

Nonostante la pervasività della matematica in innumerevoli situazioni quotidiane e la crescente dipendenza delle attività lavorative dalle capacità numeriche, le complessità e difficoltà in questo ambito di apprendimento rappresentano un problema considerevole e significativo nella società contemporanea. Pertanto, l'obiettivo del presente studio pilota è stato quello di sviluppare un nuovo strumento digitale di potenziamento delle capacità matematiche e di riduzione di sensazioni ansiogene - la calcolatrice *MagiCal* - rivolto a bambini della Scuola primaria.

A tal proposito, si è ipotizzato che rispetto al gruppo di controllo i bambini sottoposti al training con *MagiCal* avrebbero presentato un miglioramento nella prestazione matematica del giudizio di grandezza, del calcolo scritto e della fluenza del calcolo, in quanto lo strumento *MagiCal* permette di esercitarsi e integrare la rappresentazione simbolica della quantità (cifra), la rappresentazione non simbolica visiva (*dots*) e la rappresentazione motoria (*tap* e gestualità)⁴⁹. Inoltre, si è ipotizzata una riduzione dell'ansia da test e per la matematica, in quanto l'esercizio ludico permetterebbe di aumentare gli atteggiamenti positivi nei confronti della disciplina e ridurre i sentimenti di paura verso la stessa⁵⁰.

In accordo con le ipotesi, i risultati ottenuti hanno rivelato un miglioramento significativo per il gruppo training rispetto al gruppo di controllo nelle prove di calcolo scritto e nella fluenza del calcolo. Questi dati sembrano suggerire che l'intervento con la calcolatrice *MagiCal*, e in particolare l'integrazione tra rappresentazioni quantitative non simboliche e simboliche, migliori la capacità di manipolare e concettualizzare le quantità numeriche⁵¹.

⁴⁹ Cfr. SINCLAIR, JACKIW 2011.

⁵⁰ Cfr. SUN, PYZDROWSKI 2009; WOUTERS et al. 2013.

⁵¹ Cfr. RAUSCHER et al. 2016.

La rappresentazione non simbolica tramite la linea del 20 avrebbe permesso di attivare i processi semantici innati⁵² di conoscenza numerica, sostenendo in maniera naturale il passaggio verso la conoscenza simbolica e gli altri processi che sono successivi nella maturazione della cognizione numerica⁵³.

Inoltre, sembrerebbe che la dinamicità della rappresentazione non simbolica (durante la fase di visualizzazione del risultato) abbia permesso ai bambini di collegare l'aumento dinamico dei *dots* con il concetto di addizione o incremento e, viceversa, la diminuzione dinamica con il concetto di sottrazione o decremento. Ciò ha verosimilmente consentito di interiorizzare in maniera più profonda il significato di addizione e sottrazione. In conclusione, i risultati sono in accordo con altri studi svolti su bambini in età evolutiva che hanno osservato l'importanza dell'integrazione di diverse rappresentazioni quantitative numeriche⁵⁴.

Accanto a ciò, anche l'esperienza motoria associata all'utilizzo della calcolatrice *MagiCal* avrebbe supportato il calcolo in diversi modi. In primo luogo, riteniamo che i *tap* necessari per comporre i numeri abbiano permesso di supportare il processo del conteggio e di ridurre conseguentemente il carico nella memoria di lavoro⁵⁵.

In secondo luogo, il movimento ha verosimilmente consentito ai bambini di esprimere, simulare e concretizzare i concetti matematici nello spazio⁵⁶; specificatamente, il movimento associato alla scelta dell'operazione aritmetica (in su per l'addizione e in giù per la sottrazione) ha consentito al bambino di associare il concetto di addizione all'aumento verticale, mentre il concetto di sottrazione a una diminuzione. Infine, reputiamo che il movimento abbia permesso ai partecipanti di focalizzare la loro attenzione su un elemento alla volta⁵⁷: a ogni gesto corrisponde un'unica azione come, ad

⁵² I processi semantici innati di conoscenza numerica si riferiscono alle abilità relative al 'senso del numero', quali la capacità di distinguere tra quantità diverse, di riconoscere relazioni numeriche, di effettuare stime e di utilizzare i numeri in modo intuitivo.

⁵³ Cfr. MEHRNOOSH, FUSI 2016.

⁵⁴ Cfr. KUCIAN et al. 2011; RÄSÄNEN et al. 2009; RAUSCHER et al. 2016; VANBECELAERE et al. 2020; WILSON et al. 2006b.

⁵⁵ Cfr. GOLDIN-MEADOW 2009.

⁵⁶ Cfr. ABRAHAMSON et al. 2020; ALIBALI, NATHAN 2012; DE KONING et al. 2022.

⁵⁷ Cfr. GOLDIN-MEADOW 2009.

esempio, comporre le decine, comporre le unità, scegliere l'operazione aritmetica corretta. In contrasto con le ipotesi iniziali, non si è riscontrata alcuna differenza significativa nei punteggi pre- e post-test tra i due gruppi nel compito di grandezza numerica. Una possibile spiegazione di tali risultati potrebbe essere che il confronto numerico è considerato un'abilità matematica più precoce rispetto al calcolo che si basa sulla componente innata dell'acuità numerica o *Approximate Number System* (ANS), un particolare sistema cognitivo che consente la rappresentazione approssimata di grandi quantità di oggetti, senza ricorrere al conteggio né ai numeri simbolici⁵⁸.

I software e le applicazioni che in letteratura hanno dimostrato un effetto nel promuovere abilità di confronto numerico, come ad esempio il software *The Number Race*⁵⁹, proponevano degli esercizi mirati e specifici sull'ANS e confronto numerico di diverse grandezze. Dall'altro canto, il training con la calcolatrice *MagiCal* prevedeva principalmente esercizi di calcolo e di soluzione di problemi verbali.

Infine, per quanto riguarda gli aspetti emotivi, ovvero l'ansia per la matematica e l'ansia da test, il training con *MagiCal* non ha apportato un miglioramento statisticamente significativo. Risultati simili sono stati rilevati da altri studi in letteratura su bambini in età scolare⁶⁰. In contrasto, lo studio di Vernijika e De Wet ha evidenziato come il gioco educativo digitale sia in grado di ridurre i sentimenti di ansia disciplinare⁶¹.

Una possibile spiegazione per tali dati discordanti potrebbe essere il modo in cui si è misurata l'ansia. Nel presente studio l'ansia è stata valutata con un questionario volto a indagare le sensazioni ansiogene che i bambini provano nella quotidianità (*ansia di tratto*), mentre Verkijika e De Wet hanno utilizzato una misura fisiologica dell'ansia somministrata durante lo svolgimento del gioco e atta a rilevare lo stato ansiogeno in quel preciso momento (*ansia di stato*).

Una spiegazione alternativa per l'assenza dell'effetto potrebbe essere la durata o la

⁵⁸ Cfr. HALBERDA, FEIGENSON 2008; MAZZOCCO, FEIGENSON, HALBERDA 2011.

⁵⁹ Cfr. WILSON et al. 2006b.

⁶⁰ Cfr. JANSEN et al. 2013; VANBECELAERE et al. 2020.

⁶¹ Cfr. VERKIJIKA, DE WET 2015.

frequenza (l'intensità) del training. Infatti, nello studio di Passolunghi, De Vita e Pellizzoni⁶² gli interventi attuati per la riduzione delle sensazioni ansiogene verso la matematica avevano una durata di 8 settimane, mentre nello studio attuale la durata era di 5 settimane. Per chiarire la relazione tra giochi educativi digitali e ansia, studi futuri potrebbero testare l'efficacia della calcolatrice *MagiCal* nel diminuire l'ansia disciplinare utilizzando diverse misure (es. questionari autovalutativi e misure fisiologiche) e aumentando la durata del training.

Per riassumere, questi risultati preliminari suggeriscono che la calcolatrice *MagiCal* avrebbe degli effetti positivi nel promuovere competenze matematiche di più alto livello, quali l'abilità di calcolo scritto, in bambini della seconda classe della Scuola primaria. Tali esiti, seppur promettenti, sono da interpretare con prudenza in quanto, come accennato in precedenza, si tratta di uno studio pilota che presenta alcuni limiti.

4.1 LIMITI E RICERCHE FUTURE

Uno dei limiti più importanti del presente studio riguarda la ridotta dimensione campionaria. Studi futuri dovranno replicare i risultati ottenuti in un campione di maggiore numerosità. Una seconda limitazione fa riferimento all'assenza di un *follow-up*. Sarebbe utile monitorare se il progresso ottenuto dall'uso della calcolatrice *MagiCal* si mantiene anche a distanza di alcuni mesi. Infine, per chiarire l'interessante ruolo del movimento e della gestualità nel supportare l'apprendimento aritmetico, ricerche future potrebbero confrontare l'effetto del training con *MagiCal* ad altri software che pur integrando diversi codici numerici non incorporano l'esperienza motoria.

5. CONCLUSIONI

Come sostenere i bambini che faticano in ambito matematico, dimostrandosi spesso ansiosi e incerti di fronte a un compito aritmetico? Il presente studio ha permesso di evidenziare quanto possa essere rilevante sviluppare degli interventi didattici che

⁶² Cfr. PASSOLUNGI et al. 2020.

facciano in modo che l'acquisizione di sistemi simbolici non perda il legame con i processi "natural" di apprendimento matematico, quali il riferimento alla quantità non simbolica, il movimento o gestualità e il gioco. In tal senso, la calcolatrice *MagiCal* sembrerebbe essere uno strumento digitale promettente per il potenziamento delle abilità matematiche in una fascia d'età critica per lo sviluppo della cognizione numerica del bambino.

BIBLIOGRAFIA

ABRAHAMSON D., NATHAN M. J., WILLIAMS-PIERCE C., WALKINGTON C., OTTMAR E. R., SOTO H., ALIBALI M. W. 2020, «The Future of Embodied Design for Mathematics Teaching and Learning», *Frontiers in Education*, 5, 147.

ALIBALI M. W., NATHAN M. J. 2012, «Embodiment in mathematics teaching and learning: Evidence from students' and teachers' gestures», *Journal of the Learning Sciences*, 21(2), pp. 247-286.

ASHCRAFT M. H. 2002, «Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences», *Current directions in psychological science*, 11(5), pp. 181-185.

ASHCRAFT M. H., KRAUSE J. A., HOPKO D. R. 2007, *Is math anxiety a mathematical learning disability?*, in D. BERCH, M. MAZZOCCO (a cura di), *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities*, Baltimora, Paul H. Brookes Publishing Co.

BIANCARDI A., ARA A. 2018, *La matematica con le app*, Roma, Edizione Carocci.

BOOT W. R., KRAMER A. F., SIMONS D. J., FABIANI M., GRATTON G. 2008, «The effects of video game playing on attention, memory, and executive control», *Acta Psychol (Amst)*, 129(3), pp. 387-398.

BORTOLATO C. 2008, *La linea del 100. Metodo analogico per l'apprendimento della matematica. Con strumento*, Trento, Edizioni Erickson.
2011, *La linea del 20. Metodo analogico per l'apprendimento del calcolo. Con strumento*, Trento, Edizioni Erickson.

BUTTERWORTH B. 2005, «The development of arithmetical abilities», *Journal of child psychology and psychiatry*, 46(1), pp. 3-18.
2007, «Lo sviluppo delle capacità aritmetiche», *Difficoltà in Matematica*, 4(1), pp. 9-40.

- CARGNELUTTI E., TOMASETTO C., PASSOLUNGI M. C.
2017, «How is anxiety related to math performance in young students? A longitudinal study of Grade 2 to Grade 3 children», *Cognition and Emotion*, 31(4), pp. 755-764.
- CAVIOLA S., GEROTTO G., MAMMARELLA I. C.
2016, «Computer-based training for improving mental calculation in third-and fifth-graders», *Acta Psychologica*, 171, pp. 118-127.
- CAVIOLA S., PRIMI C., CHIESI F., MAMMARELLA I. C.
2017, «Psychometric properties of the Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS) in Italian primary 50 school children», *Learning and Individual Differences*, 55, pp. 174-182.
- CAVIOLA S., TOFFALINI E., GIOFRÈ D., RUIZ J. M., SZŰCS D., MAMMARELLA I. C.
2022, «Math Performance and Academic Anxiety Forms, from Sociodemographic to Cognitive Aspects: A Meta-analysis on 906,311 Participants», *Educational Psychology Review*, 34(1), pp. 363-399.
- COOPERRIDER K., GENTNER D., GOLDIN-MEADOW S.
2016, «Spatial analogies pervade complex relational reasoning: Evidence from spontaneous gestures», *Cognitive Research: Principles and Implications*, 1, pp. 1-28.
- CORNOLDI C., MAMMARELLA I. C., CAVIOLA S.
2020, *AC-MT-3. Test di valutazione delle abilità di calcolo e del ragionamento matematico*, Trento, Edizioni Erickson.
- DE KONING B. B., BOONEN A. J., JONGERLING J., VAN WESEL F., VAN DER SCHOOT M.
2022, «Model method drawing acts as a double-edged sword for solving inconsistent word problems», *Educational Studies in Mathematics*, pp. 1-17.
- DE SMEDT B., NOËL M. P., GILMORE C., ANSARI D.
2013, «How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior», *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), pp. 48-55.
- DEVINE A., HILL F., CAREY E., SZŰCS D.
2018, «Cognitive and emotional math problems largely dissociate: Prevalence of developmental dyscalculia and mathematics anxiety», *Journal of Educational Psychology*, 110(3), pp. 431-444.
- DONOLATO E., TOFFALINI E., GIOFRÈ D., CAVIOLA S., MAMMARELLA I. C.
2020, «Going beyond mathematics anxiety in primary and middle school students: The role of ego-resiliency in mathematics», *Mind, Brain, and Education*, 14(3), pp. 255-266.
- DOZ D.
2019, «EDIZIONI CENTRO STUDI ERICKSON, *In volo con la matematica*, 2019 (versione 0.3.0)», *QuaderniCIRD*, 18, pp. 124-135.
- FEIGENSON L., DEHAENE S., SPELKE E.
2004, «Core systems of number», *Trends in cognitive sciences*, 8(7), pp. 307-314.
- GOLDIN-MEADOW S.
2009, «How gesture promotes learning throughout childhood», *Child development perspectives*, 3(2), pp. 106-111.

- GOLDIN-MEADOW S., NUSBAUM H., KELLY S. D., WAGNER S.
2001, «Explaining math: Gesturing lightens the load», *Psychological science*, 12(6), pp. 516-522.
- HALBERDA J., FEIGENSON L.
2008, «Developmental change in the acuity of the “Number Sense”: The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults», *Developmental psychology*, 44(5), pp. 1457-1465.
- HALBERDA J., MAZZOCCO M. M., FEIGENSON L.
2008, «Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement», *Nature*, 455(7213), pp. 665-668.
- HOPKO D. R., MAHADEVAN R., BARE R. L., HUNT M. K.
2003, «The Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS): Construction, Validity, and Reliability», *Assessment*, 10(2), pp. 178-182.
- INVALSI
2016, *Indagine OCSE-PISA 2015: i risultati degli studenti italiani in Scienze, Matematica e Lettura*, INVALSI.
- KUCIAN K., GROND U., ROTZER S., HENZI B., SCHONMANN C., PLANGGER F., GALLI M., MARTIN E., VON ASTER M.
2011, «Mental number line training in children with developmental dyscalculia», *Neuroimage*, 57, pp. 782-795.
- JANSEN B. R. J., LOUWERSE J., STRAATEMEIER M., VAN DER VEN S. H. G., KLINKENBERG S., VAN DER MAAS H. L. J.
2013, «The influence of experiencing success in math on math anxiety, perceived math competence, and math performance», *Learning and Individual Differences*, 24, pp. 190-197.
- LILLARD A. S.
2017, *Montessori: The science behind the genius*, New York, Oxford University Press.
- LUTTENBERGER S., WIMMER S., PAECHTER M.
2018, «Spotlight on math anxiety», *Psychology research and behavior management*, 11, pp. 311-322.
- MAZZOCCO M. M., FEIGENSON L., HALBERDA J.
2011, «Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability (dyscalculia)», *Child development*, 82(4), pp. 1224-1237.
- MEHRNOOSH Z., FUSI S.
2016, «Apprendere al volo con il metodo analogico», *Form@re*, 16(1), pp. 260-267.
- O'NEILL G., MILLER P. H.
2013, «A show of hands: Relations between young children's gesturing and executive function», *Developmental psychology*, 49(8), pp. 1517-1528.
- PASSOLUNGI M. C., CARGNELUTTI E., PELLIZZONI S.
2019, «The relation between cognitive and emotional factors and arithmetic problem-solving», *Educational Studies in Mathematics*, 100(3), pp. 271-290.
- PASSOLUNGI M. C., DE VITA C., PELLIZZONI S.
2020, «Math anxiety and math achievement: The effects of emotional and math strategy training», *Developmental science*, 23(6), e12964.

- PUTWAIN D. W., SCHMITZ E. A., WOOD P., PEKRUN R.
2021, «The role of achievement emotions in primary school mathematics: Control-value antecedents and achievement outcomes», *British Journal of Educational Psychology*, 91(1), pp. 347-367.
- RÄSÄNEN P., SALMINEN J., WILSON A. J., AUNIO P., DEHAENE S.
2009, «Computer-assisted intervention for children with low numeracy skills», *Cognitive development*, 24(4), pp. 450-372.
- RAUSCHER L., KOHN J., KÄSER T., MAYER V., KUCIAN K., MCCASKEY U., ESSER G., VON ASTER M.
2016, «Evaluation of a computer-based training program for enhancing arithmetic skills and spatial number representation in primary school children», *Frontiers in Psychology*, 7, 913.
- RICHARDSON F. C., SUINN R. M.
1972, «The mathematics anxiety rating scale: psychometric data», *Journal of counseling Psychology*, 19(6), pp. 551-554.
- SASANGUIE D., GÖBEL S. M., MOLL K., SMETS K., REYNVOET B.
2013, «Approximate number sense, symbolic number processing, or number-space mappings: What underlies mathematics achievement?», *Journal of experimental child psychology*, 114(3), pp. 418-431.
- SINCLAIR N., JACKIW N.
2011, *Touchcounts [Software application for the iPad]*, Burnaby, Tangible Learning Project.
- SINCLAIR N., PIMM D.
2015, «Mathematics using multiple senses: Developing finger gnosis with three- and four-year-olds in an era of multi-touch technologies», *Asia-Pacific Journal of Research in Early Childhood Education*, 9(3), pp. 99-109.
- SUN Y., PYZDROWSKI L.
2009, «Using technology as a tool to reduce mathematics anxiety», *The Journal of Human Resource and Adult Learning*, 5(2), pp. 38-44.
- SUN Y., LIU R. D., OEI T. P., ZHEN R., DING Y., JIANG R.
2020, «Perceived parental warmth and adolescents' math engagement in China: The mediating roles of need satisfaction and math self-efficacy», *Learning and Individual Differences*, 78, 101837.
- VANBECELAERE S., BERGHE K. V. DEN, CORNILLIE F., SASANGUIE D., REYNVOET B., DEPAEPE F.
2020, «The effects of two digital educational games on cognitive and non-cognitive math and reading outcomes», *Computers & Education*, 143, 103680.
- VERKIJKA S. F., DE WET L.
2015, «Using a brain-computer interface (BCI) in reducing math anxiety: Evidence from South Africa», *Computers & Education*, 81, pp. 113-122.
- WAKEFIELD E. M., CONGDON E. L., NOVACK M. A., GOLDIN-MEADOW S., JAMES K. H.
2019, «Learning math by hand: The neural effects of gesture-based instruction in 8-year-old children», *Attention, Perception, & Psychophysics*, 81(7), pp. 2343-2353.
- WAKEFIELD E. M., NOVACK M. A., CONGDON E. L., FRANCONERI S., GOLDIN-MEADOW S.
2018, «Gesture helps learners learn, but not merely by guiding their visual attention», *Developmental science*, 21(6), e12664.

- WILSON A. J., DEHAENE S., PINEL P., REVKIN S. K., COHEN L., COHEN D.
2006a, «Principles underlying the design of “The Number Race”, an adaptive computer game for remediation of dyscalculia», *Behavioral and Brain Functions*, 2(1), 19.
- WILSON A. J., REVKIN S. K., COHEN D., COHEN L., DEHAENE S.
2006b, «An open trial assessment of “The Number Race”, an adaptive computer game for remediation of dyscalculia», *Behavioral and Brain functions*, 2(1), 20.
- WOUTERS P., VAN NIMWEGEN C., VAN OOSTENDORP H., VAN DER SPEK E. D.
2013, «A meta-analysis of the cognitive and motivational effects of serious games», *Journal of educational psychology*, 105(2), pp. 249-265.
- WREN D. G., BENSON J.
2004, «Measuring test anxiety in children: Scale development and internal construct validation», *Anxiety, Stress & Coping*, 17(3), pp. 227-240.
- ZEIDNER M.
2007, *Test anxiety in educational contexts. Concepts, findings, and future directions*, in P. A. SCHUTZ, R. PEKRUN (a cura di), «Emotion in education», New York, Academic Press.
- ZUCCHERI L.
2014, «Utilizzo delle tecnologie digitali nella didattica della matematica: moda effimera o opportunità?», *QuaderniCIRD*, 8, pp. 23-40.