

Una calcolatrice binaria senza saper contare*

MARIA PERESSI
 Dipartimento di Fisica
 Università di Trieste
 peressi@units.it

ABSTRACT

We report and comment on a recent experience of laboratory teaching carried out with a group of pupils of a primary school within the STEM2020 project, whose purpose was to give a very simple introduction to the binary system and to the functioning of computers to carry out the basic mathematical operations. Using the concept of “full / empty” and a few “rules of the game”, the pupils were guided to create a spreadsheet, or more generally, a mechanical calculator. The use of this mechanical calculator was shown to be suitable for everyone, even the youngest pupils of primary school, who lack basic math and calculus skills. The other students instead could verify its good functioning using the correspondence table between the binary coding of numbers and their standard representation in the decimal system.

PAROLE CHIAVE

INFORMATICA / COMPUTER SCIENCE; MATEMATICA / MATHEMATICS; SISTEMA BINARIO / BINARY SYSTEM; OPERAZIONI MATEMATICHE / MATH OPERATIONS; DIDATTICA LABORATORIALE / LABORATORY EDUCATION; SCUOLA PRIMARIA / PRIMARY SCHOOL; APPRENDIMENTO SITUATO / SITUATED LEARNING.

1. INTRODUZIONE

La Fondazione “Giovanni Paolo I”¹ con la Scuola primaria “San Pio X” e la Scuola secondaria di primo grado “San Domenico Savio” di Mira (VE) ha partecipato al bando “STEM²2020” promosso dal Dipartimento per le Pari Opportunità della Presidenza del Consiglio dei Ministri³, classificandosi al primo posto con il punteggio pieno. L’idea centrale del progetto⁴ è stata la sperimentazione di attività innovative nel campo della

* Title: *A binary calculator without knowing how to count.*

¹ Cfr. FONDAZIONE GIOVANNI PAOLO I in Siti web.

² Acronimo di *Science, Technology, Engineering and Mathematics*.

³ Cfr. PRESIDENZA DEL CONSIGLIO DEI MINISTRI – DIPARTIMENTO PER LE PARI OPPORTUNITÀ in Siti web.

⁴ Cfr. *Vittoria nel bando STEM2020*, cfr. PRESIDENZA DEL CONSIGLIO DEI MINISTRI – DIPARTIMENTO PER LE PARI OPPORTUNITÀ in Siti web.

scienza e della tecnologia, e soprattutto dell'informatica e della robotica, con particolare attenzione all'esperienza di figure femminili di scienziate di ieri e di oggi, e a un gemellaggio intergenerazionale sulle STEM, tra nonne e nipoti.

Ho aderito con entusiasmo alla proposta di contribuire al progetto e fare un breve tratto di strada assieme a questa piccola ma vivace realtà educativa, che coniuga un impegno formativo di lunga tradizione a un approccio moderno, ricco di creatività e con attenzione speciale all'uso adeguato delle nuove tecnologie. È stata per me una sfida non banale, in quanto ho dovuto rivolgermi a discenti di età molto diversa da quelli con cui sono abituata, di norma, a interagire. La mia collaborazione si è concretizzata il 24 ottobre 2020 e si è trattato di un lavoro in presenza realizzato con alcuni alunni della scuola primaria, divisi a piccoli gruppi eterogenei per età e classi di provenienza, a turni della durata di un'ora e mezza o poco più.

Non è stato difficile stabilire quel “gemellaggio intergenerazionale” auspicato nel progetto: mi sono presentata come una “tecno-nonna”, forse un po' impacciata nell'uso di vari dispositivi tecnologici, ma perlomeno abbastanza esperta nel controllare quello che si può fare con un computer, dedicandomi da anni per lavoro alla fisica computazionale e alle simulazioni numeriche.

2. IL SISTEMA BINARIO: UN LINGUAGGIO DIVERSO

Per introdurre i piccoli alunni all'argomento del giorno, non ho potuto fare a meno di commentare con loro alcune foto storiche dei primi “dinosauri” del calcolo degli anni della seconda guerra mondiale (i vari Harvard Mark I, ENIAC, ...) (cfr. Figura 1) e del “baco”⁵ scoperto da Grace Murray Hopper come causa del malfunzionamento di un altro computer di quell'epoca. Da Grace siamo tornati indietro a Ada, cioè Ada Augusta Byron, contessa di Lovelace, come esempio di qualcuno che ha cominciato a “parlare” con i computer, a studiare una lingua adatta per insegnare loro a far qualcosa. Che cosa?

⁵ Nel 1947 Grace Hopper trovò un grosso insetto incastrato tra i circuiti sul calcolatore Mark II che ne causava il malfunzionamento. Rimosse l'insetto e lo incollò su un registro, annotando: «*First actual case of bug being found*». Da allora, “baco” indica genericamente un errore di funzionamento di un sistema o di un programma.

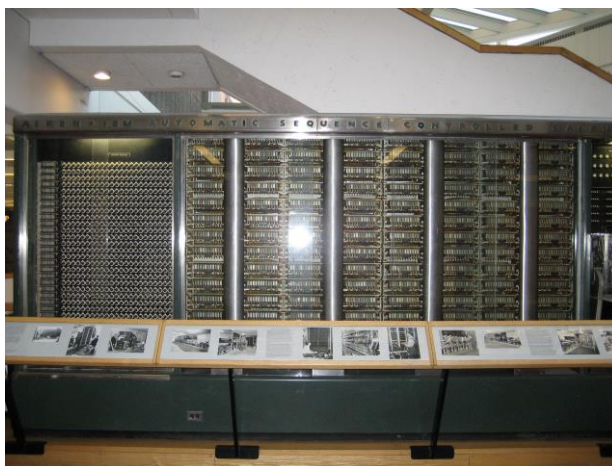


Figura 1. L' Harvard Mark I.

(Fonte: <https://it.m.wikipedia.org/wiki/File:Harvard_Mark_I.jpg>

Poche operazioni, ma velocissimamente! Da qui lo spunto del laboratorio: *ma il computer come fa?* (parafrasando una canzoncina dello Zecchino d'Oro ormai un po' datata, più nota alle nonne che non alle nipoti!). Come fa dunque il computer a "scrivere" e "ricordare" i numeri? Come fa a fare le addizioni e le moltiplicazioni? Qual è il linguaggio dei calcolatori?

2.1 SISTEMA BINARIO E LETTERE

Un primo passo per avvicinare i partecipanti a un *linguaggio* diverso dal nostro è consistito nel far scrivere il proprio nome in *codice binario*, cioè in termini di 0 e 1, "acceso" e "spento", "pieno" e "vuoto", consegnando agli alunni la parte con le lettere maiuscole della *tabella di corrispondenza* di Figura 2⁶.

Non è certamente una novità dal punto di vista didattico proporre questo tipo di esercizio che, grazie alla creatività e fantasia dell'animatore che lo guida, può sempre arricchirsi con altre forme e realizzazioni. Ad esempio, si trovano nel web proposte ed esperienze con i bambini che comportano la realizzazione di braccialetti con le proprie iniziali in binario, infilando grani di due colori diversi (o perle, o addirittura della pasta bucata - per pastasciutta, ad esempio formato ditalini - colorata da loro stessi)⁷.

⁶ Naturalmente, a seconda della classe frequentata, si potrà raffinare l'esercizio con la Tabella di corrispondenza completa che include lettere minuscole e maiuscole.

⁷ Cfr. IERARDI 2016, in Siti web.

ASCII BINARIO	CARATTERE	ASCII BINARIO	CARATTERE	ASCII BINARIO	CARATTERE	ASCII BINARIO	CARATTERE
110 0001	a	110 1110	n	100 0001	A	100 1110	N
110 0010	b	110 1111	o	100 0010	B	100 1111	O
110 0011	c	111 0000	p	100 0011	C	101 0000	P
110 0100	d	111 0001	q	100 0100	D	101 0001	Q
110 0101	e	111 0010	r	100 0101	E	101 0010	R
110 0110	f	111 0011	s	100 0110	F	101 0011	S
110 0111	g	111 0100	t	100 0111	G	101 0100	T
110 1000	h	111 0101	u	100 1000	H	101 0101	U
110 1001	i	111 0110	v	100 1001	I	101 0110	V
110 1010	j	111 0111	w	100 1010	J	101 0111	W
110 1011	k	111 1000	x	100 1011	K	101 1000	X
110 1100	l	111 1001	y	100 1100	L	101 1001	Y
110 1101	m	111 1010	z	100 1101	M	101 1010	Z

Figura 2. Le lettere dell'alfabeto in codice ASCII binario: *tabella di corrispondenza*.

2.2 SISTEMA BINARIO E NUMERI

L'attività con i numeri si proponeva di andare oltre il puro esercizio di scrittura e affrontare anche le due più semplici operazioni in codice binario (*addizione* e *moltiplicazione per 2*). Per non generare confusione e a motivo della giovanissima età degli interlocutori ho ritenuto più opportuno non introdurre 0 e 1 per la scrittura binaria dei numeri, ma semplicemente “pieno” e “vuoto”. Intendendo tenere un livello molto semplice, ho distribuito la *tabella di corrispondenza* di Figura 3, limitandomi all'uso di quattro caselle e giungendo quindi fino al numero 15. Questa volta però ho spiegato prima le regole (l'*algoritmo*) che stanno alla base della tabella, che ho poi provveduto a costruire con gli alunni in modo iterativo:

- Un numero si “scrive” in una riga di caselle; ogni riga è un numero.
- Si parte dalla casella di destra e si va verso sinistra.
- Per scrivere zero tutte le caselle devono restare vuote.
- Per scrivere uno si riempie la prima a destra.
- Per scrivere due si svuota la prima e si riempie la seconda.
- Per scrivere tre si riempiono sia la prima che la seconda.
- Per scrivere quattro si svuotano le prime due e si riempie solo la terza.
- Per scrivere cinque si riempie di nuovo anche la prima e così via...

I numeri come li scriviamo noi	I numeri come li “scrivono” una calcolatrice o un computer			
0				
1				■
2			■	
3			■	■
4		■		
5		■		■
6		■	■	
7		■	■	■
8	■			
9	■			■
10	■		■	
11	■		■	■
12	■	■		
13	■	■		■
14	■	■	■	
15	■	■	■	■

Figura 3. I numeri fino al 15 scritti in codice binario “pieno”/”vuoto”: *tabella di corrispondenza*.

2.3 SISTEMA BINARIO E OPERAZIONI

Il gioco si fa più divertente affrontando le *operazioni*, e si può costruire un *foglio di calcolo*. Potendo usare altro materiale oltre a carta e pennarelli colorati, si può architettare una calcolatrice automatica, anzi, per la precisione “idraulica”, ma su questo dirò in seguito.

Per l'*addizione* ho impostato una tabella con due righe di caselle per gli addendi e una terza per il risultato. Occorre a questo punto introdurre nuove *regole*, dopo aver ricordato di partire sempre da destra e andare a sinistra. Bisogna sommare la prima casella a destra della prima riga con la prima a destra della seconda, la seconda casella della prima riga con la seconda casella della seconda riga, ... e così via, con le seguenti *regole*:

- due “vuoti” fanno un “vuoto”

- un “pieno” e un “vuoto” fanno un “pieno”
- due “pieni” fanno un “vuoto”, ma bisogna mettere un “pieno” nella colonna immediatamente a sinistra (potremmo indicarlo un “pieno di riporto”)

Benchè sia ben nota a chi legge la traduzione di queste *regole* nel sistema binario, val la pena esplicitarla soprattutto per osservare come possiamo efficacemente indicarne l’ultima:

- $0 + 0 = 0$
- $1 + 0 = 1; 0 + 1 = 1$
- $1 + 1 = 0$ e “riporto 1”, procedura che si può indicare scrivendo 1 in apice: 10 , esattamente in modo analogo a quanto si fa nel sistema decimale.

ADDIZIONE

primo numero (addendo)			■	
secondo numero (addendo)				■
risultato della addizione				

primo numero (addendo)			■	
secondo numero (addendo)				■
risultato della addizione			■	■

primo numero (addendo)			■		2
secondo numero (addendo)				■	+ 1
risultato della addizione			■	■	= 3

😊

Figura 4. Schede proposte a passi successivi e discusse progressivamente con gli alunni per risolvere un’addizione codificata in sistema binario.

La Figura 4 riassume il percorso intrapreso, seguendo i pannelli dall’alto verso il basso:

1. si propone un problema con gli addendi rappresentati in codice binario (“pieno” / ”vuoto”) e si invitano i partecipanti a risolverlo con le regole sopra elencate;
2. il risultato si rappresenta in codice binario;
3. solo a questo punto, per verificare che le regole funzionino, gli alunni potranno usare la *tabella di corrispondenza* (cfr. Figura 3) per convertire addendi e risultato nella scrittura convenzionale in numeri arabi.

Val la pena notare che anche gli alunni più piccoli, non ancora esposti a un insegnamento strutturato della matematica, hanno potuto risolvere senza problemi l’esercizio con le regole del “pieno”/”vuoto”, fermandosi alla penultima fase.

SCHEDA DI ESERCIZI - ADDIZIONE

PER TUTTI: risolvi solo con le regole del “pieno” e “vuoto”

PER CHI SA FARLO: poi confronta con la tabella e scrivi nella colonna di destra i numeri corrispondenti nel nostro “solito” modo!

primo numero (addendo)			■		...
secondo numero (addendo)		■	■	■	+ ...
risultato della addizione					= ...

primo numero (addendo)		■		■	...
secondo numero (addendo)			■	■	+ ...
risultato della addizione					= ...

Figura 5. Una scheda esemplificativa di esercizi sull’addizione codificata in sistema binario.

La Figura 5 mostra un esempio di *scheda di esercizi*: ne avevo predisposte di diversa complessità, e questa è una delle più complesse. La preoccupazione è stata quella di modulare la difficoltà in base alle diverse età e facilità di apprendimento. Certamente la regola che richiede più attenzione è la terza, e quindi nelle schede più semplici ne ho

evitato l'uso. La scheda di Figura 5 è stata pensata per permetterne comunque un'applicazione senza eccessive difficoltà, poiché in entrambi gli esercizi quando si presenta il caso di due “pieni” incolonnati (“pieno+pieno”) c'è sempre un “vuoto” nella colonna immediatamente a sinistra che può essere riempito dal “pieno” di riporto. In una condizione diversa, cioè se non ci fosse un “vuoto” nella colonna di sinistra per “ospitare” il “pieno” di riporto, si potrebbe indicare quest'ultimo aggiungendolo in una casellina extra messa in cima alla colonna di sinistra, così come usiamo l'apice nella notazione numerica, binaria o decimale.

La *moltiplicazione* per due richiede solo un “input”: sulla prima riga “abbiamo scritto” il numero che volevamo moltiplicare e sulla seconda riga il risultato. La *regola* necessaria per questa operazione è una sola e semplicissima, perché è intrinsecamente connessa alla codifica binaria:

- si prende il primo “pieno” che si trova partendo da sinistra e lo si sposta di una casella verso sinistra; poi si procede andando verso destra e se si trova un altro “pieno” lo si sposta anche quello di una casella verso sinistra, e così via...

La Figura 6 mostra anche in questo caso il percorso proposto, seguendo i pannelli dall'alto verso il basso:

- si suggerisce il numero da raddoppiare rappresentato in codice binario (“pieno”/”vuoto”) e si invitano i partecipanti a effettuarne la moltiplicazione per 2 con la regola sopra elencata;
- il risultato si rappresenta in codice binario;
- infine si invitano gli alunni a convertire numero di partenza e risultato nella scrittura convenzionale in numeri arabi e verificare il buon funzionamento dell'algoritmo.

La Figura 7 mostra di nuovo un esempio di scheda di esercizi proposti. Anche in questo caso la complessità può essere diversificata, ma la semplicità e l'unicità della regola hanno reso gli esercizi ugualmente realizzabili per tutti i partecipanti.

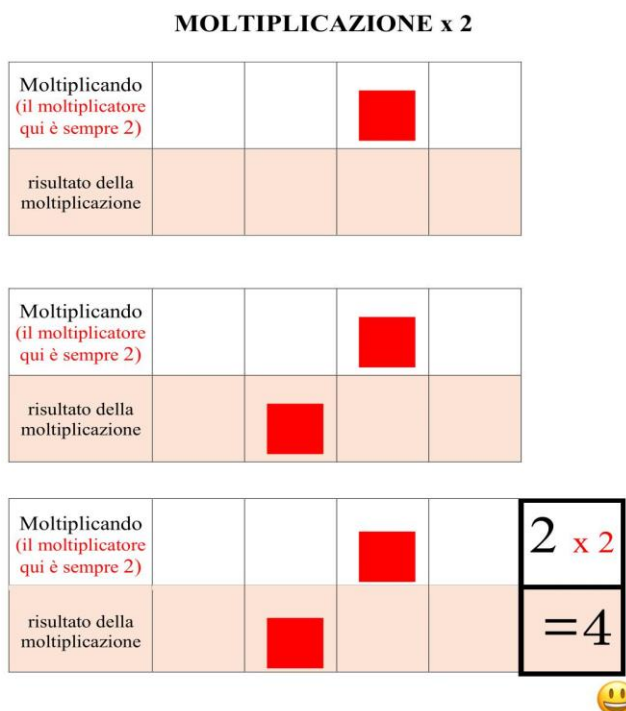


Figura 6. Schede proposte a passi successivi e discusse progressivamente con gli alunni per risolvere una moltiplicazione per due, codificata in sistema binario.

SCHEDA DI ESERCIZI – MOLTIPLICAZIONE

PER TUTTI: risolvi solo con le regole del “pieno” e “vuoto”

PER CHI SA FARLO: poi confronta con la tabella e scrivi nella colonna di destra i numeri corrispondenti nel nostro “solito” modo!

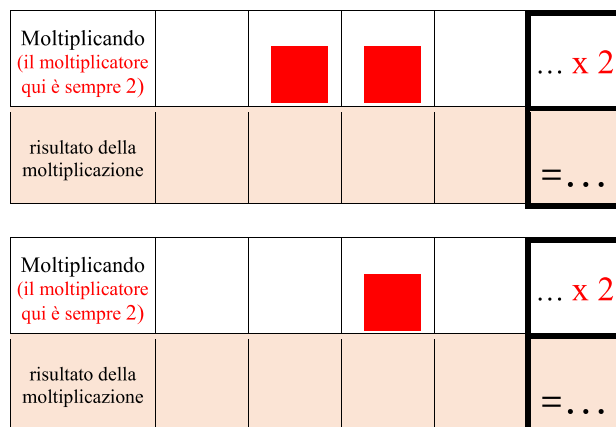


Figura 7. Una scheda esemplificativa di esercizi sulla moltiplicazione per 2 codificata in sistema binario.

Per entrambe le operazioni non c’è un salto di complessità significativo nell’aumentare il numero di colonne, che quindi si potrebbe proporre senza introdurre particolari

accorgimenti; occorre valutare però se è opportuno farlo, visto che richiederebbe una fatica addizionale senza portare a una nuova conquista concettuale.

3. POSSIBILI SVILUPPI DELL'ESPERIENZA

La situazione epidemica ha imposto molte restrizioni sulla modalità di lavoro. Per “catturare” e mantenere desta l’attenzione di tutti gli alunni accompagnandoli passo passo nelle successive fasi del lavoro ho proiettato le schede su maxi schermo e contemporaneamente ho distribuito delle schede individuali con gli esercizi da svolgere, stampate sul momento, con tutte le precauzioni e attenzioni richieste.

Il riscontro degli alunni è stato complessivamente molto positivo e l’attenzione sempre viva. Alcuni alunni hanno dimostrato un entusiasmo tale, da chiedere ripetutamente ulteriori schede di esercizi per continuare ad esercitarsi e consolidare gli apprendimenti. L’argomento si presta a sviluppi ancora più interessanti, possibili però in condizioni diverse da quelle esistenti perché il lavoro sarebbe indubbiamente più impegnativo e difficilmente si riuscirebbe a mantenere un distanziamento con e tra gli alunni. Un esempio di questo tipo di attività formative è reperibile in un sito web etichettato *Hackmeeting*⁸, espressione di un incontro di «comunità che si pongono in maniera critica rispetto ai meccanismi di sviluppo delle tecnologie all’interno della nostra società», come si legge nella pagina introduttiva.

Lo spunto è simpatico: costruire una “calcolatrice ad acqua”, usando file di bicchieri di plastica vuoti o pieni (si suggerisce pieni a metà, per gestire meglio la regola n. 3 del “pieno+pieno” dell’addizione, e pieni di liquido colorato, ovviamente!) al posto delle caselle bianche o colorate sul foglio di carta. Suggestivo “a tavolino” una piccola variante, e sarebbe interessante verificare se ne complica o facilita la comprensione: usare bicchieri di capacità diversa da destra a sinistra, in qualche modo indicativa del valore posizionale delle cifre (anzi, della cifra “1”), partendo così dai bicchierini usati per il caffè (80 ml) a quelli usati per la birra (500 ml), come ad esempio in Figura 8.

⁸ Cfr. HACKMEETING 0x15, vedi Siti web.



Figura 8. Una realizzazione esemplificativa della “calcolatrice ad acqua” e del suo funzionamento per l’addizione (nelle foto dall’alto in basso) codificata in sistema binario. Le due righe superiori sono gli addendi, separati dalla riga del risultato da un’asticella. In questa versione (con bicchieri di diversa capacità a suggerirne il valore posizionale) i bicchieri pieni negli addendi sono pieni completamente, cosicché l’operazione “pieno + pieno” porta naturalmente al “riporto”, cioè all’uso di un bicchiere con capienza maggiore nella colonna a sinistra, come risulta nell’immagine in basso (Foto: M. Peressi).

Ci si dovrà accontentare di rapporti approssimativi, e non in scala con le potenze del 2, però questo permette di usare davvero bicchieri pieni e, forse, facilita la comprensione

del fatto che “pieno + pieno” non ci sta in un bicchiere della stessa capienza ma richiede di passare a uno con capienza maggiore.

Tornando sul nodo concettuale dell’addizione con riporto, per “ospitare” l’eventuale riporto, soprattutto nel caso in cui i bicchieri di una colonna a sinistra siano già pieni, sarebbe utile predisporre una riga extra di bicchieri vuoti, uno in cima a ogni colonna, tranne che per quella più a destra, riga che si potrebbe distanziare o marcare in qualche modo per distinguerla da quelle degli addendi e del risultato.

Non si esclude la possibilità di altre realizzazioni con valenza altrettanto simbolica ed efficace, che ogni insegnante saprà trovare con la sua creatività ed esperienza. Ad esempio, anziché colorare la semplice tabella su carta si potrebbero usare gettoni in plastica o cartoncino da posizionare su una griglia. In qualunque realizzazione deve essere chiaro che il valore degli “oggetti” è legato alla loro posizione. Per maggior chiarezza, in analogia con la calcolatrice ad acqua, si potrebbero quindi usare gettoni con diametro diverso nelle diverse colonne, così che due gettoni di dato diametro equivalgano ad uno di area doppia (sarà utile una “banca” per effettuare questi “cambi”!). Eviterei l’uso di colori diversi, che probabilmente potrebbe ostacolare la comprensione del concetto di valore posizionale.

4. CONCLUSIONI

In conclusione, pur avendo molta più esperienza con le *attività di orientamento per studenti delle Scuole secondarie di secondo grado*, sono consapevole dell’importanza di aiutare anche i più piccoli ad approcciare senza timori e senza pregiudizi il mondo scientifico-tecnologico: un mondo che spaventa ancora troppi adulti, che si rifugiano in frasi del tipo «Io non sono proprio fatto per la matematica»⁹ e frasi simili per le materie scientifico-tecnologiche più rigorose, ma un mondo che loro, “nativi digitali” come ogni tanto vengono definiti, sono chiamati a costruire e condividere.

⁹ Si tratta un po’ di una “frase slogan”, forse perché la matematica è la prima materia scientifica rigorosa a cui ognuno è esposto e spesso il blocco sulle discipline scientifico-tecnologiche più rigorose comincia da lì. Per approfondimenti sulla questione si veda ad esempio: CUDER et al. 2020; DE VITA et al. 2018; URSINI 2019.

Val la pena infine ricordare l'impegno a cui l'Università è chiamata per contribuire alla formazione degli insegnanti di Scuola primaria, e a varie iniziative in atto, tra cui quelle del Piano nazionale Lauree Scientifiche per la Fisica¹⁰.

BIBLIOGRAFIA

CUDER A., PELLIZZONI S., DE VITA C., PASSOLUNGI M. C.

2020, «Fattori emotivi e apprendimento: l'ansia per la matematica e i suoi effetti sull'apprendimento disciplinare», in *QuaderniCIRD*, 20 (2020), pp. 50-63, scaricabile all'indirizzo web: <<http://hdl.handle.net/10077/31021>>.

DE VITA C., PELLIZZONI S., PASSOLUNGI M. C.

2018, «I precursori dell'apprendimento matematico», in: *QuaderniCIRD*, 17 (2018), pp. 31-45, scaricabile all'indirizzo web: <<http://hdl.handle.net/10077/22745>>.

URSINI S.

2019, «Quali sono gli atteggiamenti dei miei studenti nei confronti della matematica?», in *QuaderniCIRD*, 18 (2019), pp. 25-56, scaricabile all'indirizzo web: <<http://hdl.handle.net/10077/29166>>.

SITI WEB

FONDAZIONE GIOVANNI PAOLO I

Homepage,

<<https://www.giannipaoloprimo.it/>>, sito consultato il 22.2.2021.

Vittoria nel bando STEM2020,

<<https://www.giannipaoloprimo.it/vittoria-nel-bando-stem2020/>>, sito consultato il 22.2.2021.

HACKMEETING 0X15

Costruire una calcolatrice coi bicchieri d'acqua,

<<https://hackmeeting.org/hackit18/schedule.html#talk-calcolatrice>>, sito consultato il 22.2.2021.

IERARDI R.

2016, *Code my name: dall'alfabeto al codice binario in un braccialetto*,

<<http://abcalfabetibitecreativita.blogspot.com/2016/02/code-my-name-dallalfabeto-al-codice.html>>, sito consultato il 10.4.2021.

PRESIDENZA DEL CONSIGLIO DEI MINISTRI – DIPARTIMENTO PER LE PARI OPPORTUNITÀ

Finanziamento di progetti di promozione di educazione nelle materie STEM “STEM2020”,

<http://www.pariopportunita.gov.it/wp-content/uploads/2020/06/BANDO-STEM2020_16062020.pdf>, sito consultato il 22.2.2021.

PIANO NAZIONALE LAUREE SCIENTIFICHE - FISICA

<<http://www.laureescientifichefisica.unict.it/content/scienze-formazione-primaria>>, sito consultato il 22.2.2021.

¹⁰ Cfr. PIANO NAZIONALE LAUREE SCIENTIFICHE – FISICA in Siti web.